Problema 1

Considere uma linha de transmissão de impedância característica $Z_0 = 75\,\Omega$. Num ponto z_0, a uma distância $\lambda_g/3$ da carga (i.e., com $z_0 = -\lambda_g/3$), a tensão é $V(z_0) = (1 + j\,0.5)\,\mathrm{V}$ e a corrente $I(z_0) = 0.05\,\mathrm{A}$. Nestas condições, determine:

(i) O coeficiente $p = \mathrm{ROE} = \mathrm{VSWR}$ da relação de onda estacionária na linha;

(ii) O coeficiente de reflexão na carga;

(iii) A impedância normalizada da carga.

Solução

Comecemos por calcular a impedância no ponto z_0. Vem

$$\vec{Z}(z_0) = \frac{V(z_0)}{I(z_0)} = (20 + j\,10)\,\Omega\,.$$

Mas, por outro lado, tem-se

$$\boxed{\vec{\Gamma}(z_0) = \frac{\vec{Z}(z_0) - Z_0}{\vec{Z}(z_0) + Z_0}}\,.$$

Daqui resulta, então, que

$$\vec{\Gamma}(z_0) = -0.5616 + j\,0.1644 \quad \Rightarrow \quad \varrho = |\Gamma_L| = 0.5852 \quad \Rightarrow \quad \boxed{p = \frac{1+\varrho}{1-\varrho} = 3.8217}\,.$$

O andamento da tensão na linha é dado por

$$\left|\begin{aligned} V(z) &= V_i(z) + V_r(z) \\ &= V_{i2}\exp(-j\,\beta\,z) + V_{r2}\exp(j\,\beta\,z) \\ &= V_{i2}\left[\exp(-j\,\beta\,z) + \Gamma_L\exp(j\,\beta\,z)\right] \end{aligned}\right. \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{\Gamma}(z) = \frac{V_r(z)}{V_i(z)} = \Gamma_L\exp(2\,j\,\beta\,z)}\,.$$

Fazendo

$$\boxed{\Gamma_L = \varrho\,e^{j\theta}} \quad \mapsto \quad \boxed{\vec{\Gamma}(z) = \varrho\,e^{j\phi(z)}} \quad \mapsto \quad \boxed{\phi(z) = 2\,\beta\,z + \theta}\,,$$

infere-se que

$$\Gamma_L = \vec{\Gamma}(z_0)\exp(-2\,j\,\beta\,z_0)\,.$$

Porém,

$$2\beta z_0 = 2\left(\frac{2\pi}{\lambda_g}\right)\left(-\frac{\lambda_g}{3}\right) = -\frac{4\pi}{3} \quad \Rightarrow \quad \left|\begin{aligned} \exp\left(-2j\beta z_0\right) &= \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + j\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) \\ &= -\frac{1}{2}\left(1 + j\sqrt{3}\right) \end{aligned}\right.$$

de forma que

$$\boxed{\Gamma_L = 0.4243 + j\,0.4042}\,.$$

Finalmente, de

$$\boxed{\vec{\Gamma}\left(z_0\right) = \frac{\vec{Z}\left(z_0\right) - Z_0}{\vec{Z}\left(z_0\right) + Z_0}} \quad \mapsto \quad \boxed{\vec{Z}\left(z_0\right) = Z_0\,\frac{1 + \vec{\Gamma}\left(z_0\right)}{1 - \vec{\Gamma}\left(z_0\right)}} \quad \mapsto \quad \boxed{Z_L = Z_0\,\frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_L}}\,,$$

obtém-se

$$\boxed{\bar{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_L} = 1.3254 + j\,1.6295} \quad \mapsto \quad \boxed{Z_L = \left(99.4053 + j\,122.2148\right)\Omega}\,.$$

Problema 2

Uma linha de transmissão sem perdas, de impedância característica $Z_0 = 50\,\Omega$, encontra-se terminada por uma carga de impedância $Z_L = (15 + j\,10)\,\Omega$. Determinar a localização e o comprimento de um "stub", terminado em curto-circuito, de tal forma que a carga fique adaptada à linha.

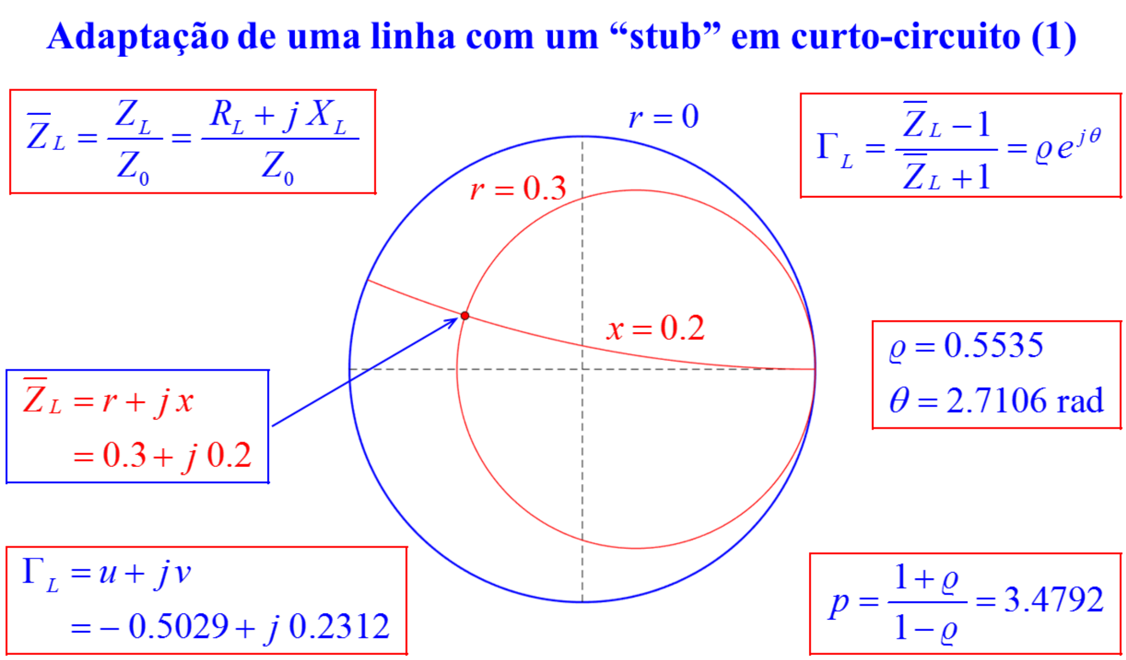
Faça a resolução deste problema utilizando duas vias distintas:

(i) Utilizando a carta de Smith;

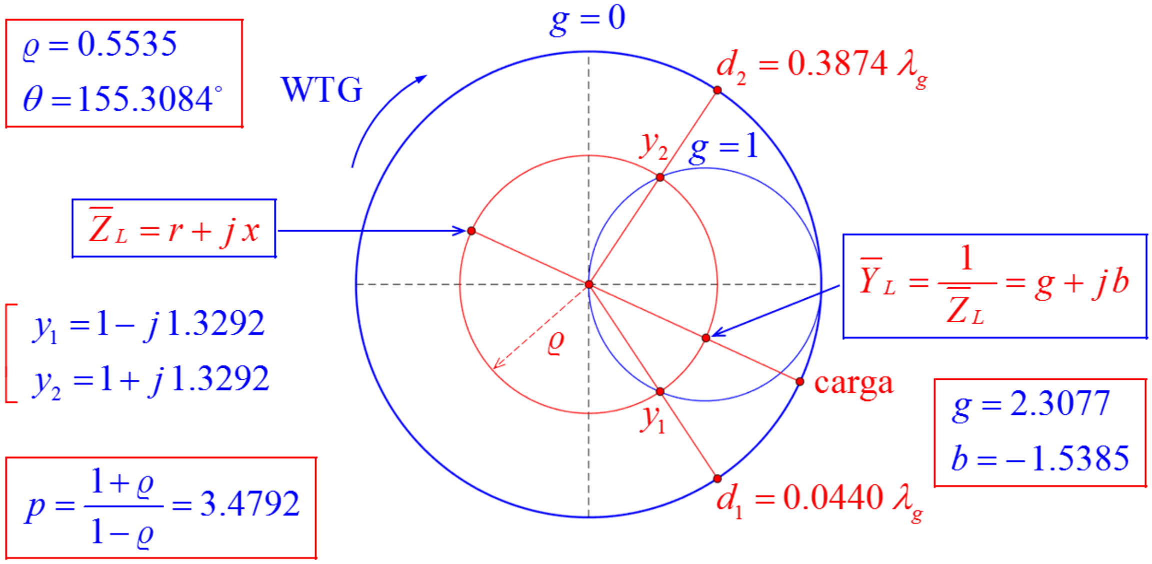
(ii) Utilizando um processo puramente analítico.

Solução: Carta de Smith

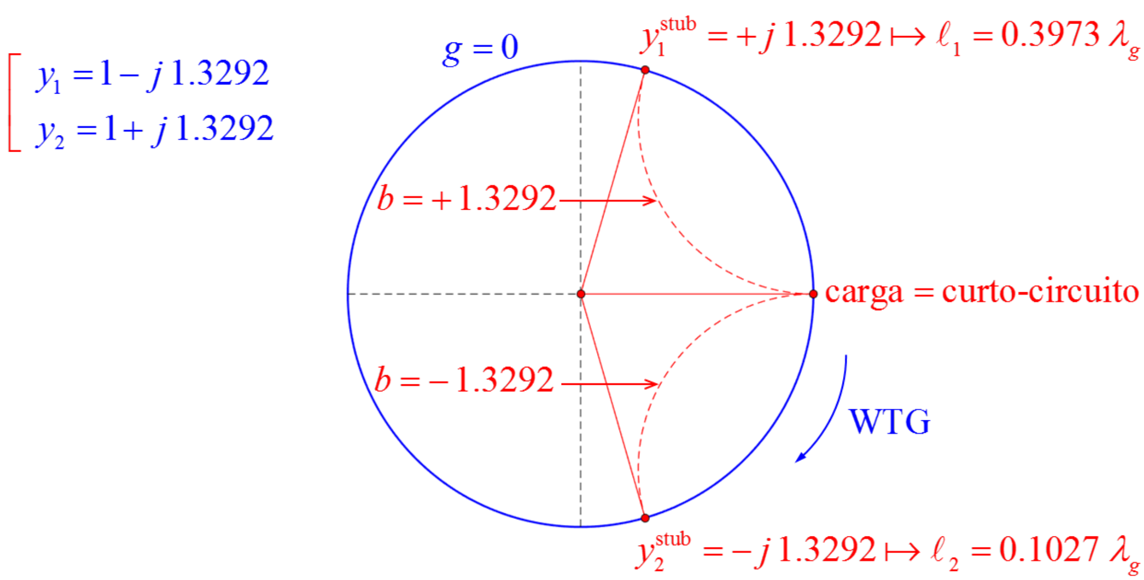
Comecemos por apresentar a solução utilizando a carta de Smith.



Adaptação de uma linha com um "stub" em curto-circuito (2)



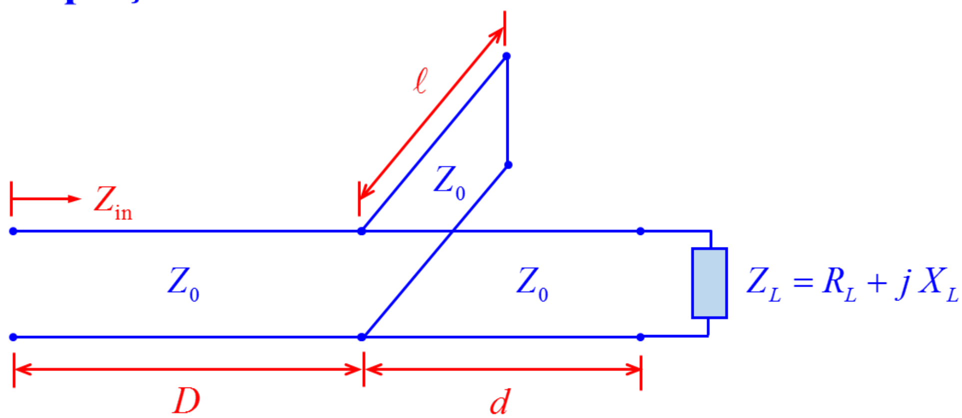
Adaptação de uma linha com um "stub" em curto-circuito (3)



Solução: Método analítico

Vejamos, agora, a solução pelo método analítico.

Adaptação com um "stub" terminado em curto-circuito



$$\left[\begin{array}{l} \vec{Y}\left(z=-d^{+}\right)=G+j\,B \\ \vec{Z}\left(z=-d^{-}\right)=Z_0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \vec{Y}_{\text{stub}}\left(z=-\ell\right)=-jB \\ G=Y_0=1/Z_0 \end{array}\right. \Rightarrow \boxed{Z_{\text{in}}=Z_0}$$

$$\boxed{\vec{Y}\left(z=-d^{-}\right)=\vec{Y}\left(z=-d^{+}\right)+\vec{Y}_{\text{stub}}\left(z=-\ell\right)}$$

$$\boxed{t=\tan\left(\beta d\right)}$$

$$\vec{Z}\left(z=-d^{+}\right)=Z_0\,\frac{Z_L+j\,Z_0\,t}{Z_0+j\,Z_L\,t}=\frac{1}{\vec{Y}\left(z=-d^{+}\right)},\quad \vec{Z}_{\text{stub}}\left(z=-\ell\right)=j\,Z_0\,\tan\left(\beta\,\ell\right)$$

$$\boxed{\vec{Y}\left(z=-d^{+}\right)=G+j\,B} \mapsto \left[\begin{array}{l} G=\dfrac{R_L\left(1+t^2\right)}{R_L^2+\left(X_L+Z_0\,t\right)^2} \\ B=\dfrac{R_L^2\,t-\left(Z_0-X_L\,t\right)\left(X_L+Z_0\,t\right)}{Z_0\left[R_L^2+\left(X_L+Z_0\,t\right)^2\right]} \end{array}\right.$$

$$
\begin{cases}
R_L = Z_0 & \mapsto \quad t = -\dfrac{X_L}{2Z_0} \\[2ex]
R_L \neq Z_0 & \mapsto \quad t = \dfrac{X_L \pm \sqrt{\dfrac{R_L}{Z_0}\left[\left(R_L - Z_0\right)^2 + X_L^2\right]}}{R_L - Z_0}
\end{cases}
$$

$$
\frac{d}{\lambda_g} = \begin{cases}
\dfrac{1}{2\pi}\tan^{-1}(t), & t \geq 0 \\[2ex]
\dfrac{1}{2\pi}\left[\pi + \tan^{-1}(t)\right], & t < 0
\end{cases}
\qquad
\frac{\ell}{\lambda_g} = \begin{cases}
\dfrac{1}{2\pi}\tan^{-1}\left(\dfrac{Y_0}{B}\right), & B > 0 \\[2ex]
\dfrac{1}{2\pi}\tan^{-1}\left(\dfrac{Y_0}{B}\right) + \dfrac{1}{2}, & B < 0
\end{cases}
$$

Exemplo Numérico

$$
\boxed{\begin{matrix} Z_0 = 50\,\Omega \\ R_L = 15\,\Omega \\ X_L = 10\,\Omega \end{matrix}}
\Rightarrow
\begin{cases}
1^{\text{a}} \text{ Solução} & \mapsto \quad \boxed{\begin{matrix} d = 0.3874\,\lambda_g \\ \ell = 0.1027\,\lambda_g \end{matrix}} \\[3ex]
2^{\text{a}} \text{ Solução} & \mapsto \quad \boxed{\begin{matrix} d = 0.0440\,\lambda_g \\ \ell = 0.3973\,\lambda_g \end{matrix}}
\end{cases}
$$